**UTFSM - Primer semestre 2016**
**MAT–341 - Sistemas Dinámicos**
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

# TAREA 5

1. Considere el modelo de Lorenz84:

$$\begin{cases} \dot{x} &= -y^2 - z^2 - ax + aF, \\ \dot{y} &= xy - bxz - y + G, \\ \dot{z} &= bxy + xz - z, \end{cases}$$

donde $(a, b, F, G)$ son parámetros.

   (a) Usando MATCONT calcule curvas de bifurcación silla-nodo (*LP* o *fold*) y Hopf ($H$) **en el plano** $(G, F)$ para equilibrios de este sistema con $a = 1/4, b = 4$ en el dominio de parámetros

$$\{(G, F) : 0 \leq G \leq 3, 0 \leq F \leq 3\}$$

   (b) Encuentre valores numéricos de parámetros $(G_{ZH}, F_{ZH})$ en los cuales el sistema exhibe una bifurcación *fold-Hopf*. Encuentre valores numéricos de parámetros $(G_{CP}, F_{CP})$ en los cuales el sistema exhibe una bifurcación *cúspide*.
   *Comentario:* En el punto *fold-Hopf*, tanto la traza como el determinante de la matriz Jacobiana del sistema se anulan: como resultado, se tienen valores propios $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = \pm i\omega$. En el punto *cúspide* se tiene el colapso simultáneo de tres equilibrios: el coeficiente del término cuadrático de la forma normal de la bifurcación silla-nodo se anula. Ambos puntos *fold-Hopf* y *cúspide* son bifurcaciones de codimensión dos.

2. Considere el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} &= x(2.4 - x - 6y - 4z), \\ \dot{y} &= y(\beta - x - y - 10z), \\ \dot{z} &= -z(1 - 0.25x - 4y + z), \end{cases}$$

que modela la dinámica de dos poblaciones de presas $(x, y)$ atacadas por un depredador $(z)$.

   (a) Comenzando desde $\beta = 1.77$, encuentre un equilibrio en el primer octante mediante integración numérica.
   (b) Continúe el equilibrio con respecto a $\beta$ hasta que exhiba una bifurcación de Hopf.
   (c) Continúe una órbita periódica desde el punto Hopf y monitoree la dependencia de su período $T$ con respecto a $\beta$. *Sugerencia:* Use un valor de `ntst` grande.
   (d) Grafique el ciclo en el espacio $(x, y, z)$ para diferentes valores de período $T$ e intente comprender su forma asintótica a medida que $\beta$ y $T$ varían como en (c).

**Fecha de entrega: Martes 14 de junio en clases.**