**UTFSM - Primer semestre 2016**
**MAT–341 - Sistemas Dinámicos**
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

# TAREA 3

1. Considere el campo de vectores en $\mathbb{R}^2$ :

$$\begin{cases} \dot{x} &= -x, \\ \dot{y} &= 2y - 5x^3. \end{cases}$$

   (a) Pruebe que $y = x^3$ es una variedad invariante.

   (b) Determine las variedades estable e inestable globales del origen.

2. Sea $x^*$ un punto periódico del difeomorfismo $\boxed{f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ x \mapsto f(x),}$ con órbita periódica (discreta) $\gamma = \{x^*, f(x^*), f^2(x^*), \ldots, f^{q-1}(x^*)\}$. La variedad estable $W^s(\gamma)$ se define como

$$W^s(\gamma) = \bigcup_{i=0}^{q-1} W^s(f^i(x^*)),$$

   donde $W^s(f^i(x^*))$ es la variedad estable del punto fijo $f^i(x^*)$ de $f^q$.
   (a) Demuestre que si $y \in W^s(\gamma)$, entonces

$$\gamma \subset \omega(y) := \{x \in \mathbb{R}^n : \exists \{n_k\}_{k=1}^{\infty} \subset \mathbb{Z} \quad \text{con} \quad n_k \longrightarrow \infty, \quad \text{tal que} \quad f^{n_k}(y) \longrightarrow x\}.$$

   (b) Escriba un enunciado análogo del problema (a) considerando variedades inestables en lugar de estables.

**Fecha de entrega: Viernes 29 de abril en clases.**