

TAREA 2

1. Construya un sistema dinámico discreto en \mathbb{R} para cada uno de los siguientes casos:
 - (a) Con cuatro puntos fijos, todos ellos inestables.
 - (b) Sin ningún punto fijo.
 - (c) Con un punto fijo estable y otro inestable.
2. Considere la familia de mapeos cuadráticos $Q_c(x) = x^2 + c$, donde c es un parámetro.
 - (a) Dibuje el diagrama de telaraña para $c > \frac{1}{4}$, $c = \frac{1}{4}$, y $c < \frac{1}{4}$.
 - (b) Determine la estabilidad de los puntos fijos para los valores de c en la parte (a).
3. Sea $\mathcal{O}(x^*) = \{x^*, f(x^*), \dots, f^{k-1}(x^*)\}$ la órbita del punto k -periódico x^* , donde f es una función diferenciable en x^* .
 - (a) Demuestre que $\mathcal{O}(x^*)$ es asintóticamente estable si
$$|f'(x^*)f'(f(x^*)) \cdots f'(f^{k-1}(x^*))| < 1.$$
 - (b) Demuestre que $\mathcal{O}(x^*)$ es inestable si
$$|f'(x^*)f'(f(x^*)) \cdots f'(f^{k-1}(x^*))| > 1.$$
 - (c) Considere el mapeo $x \mapsto 1 - x^2$ definido en $x \in [-1, 1]$. Encuentre todos los 2-ciclos y determine su estabilidad.
4. Encuentre condiciones sobre α tales que el origen sea un atractor, repulsor o punto silla del mapeo

$$(x, y) \mapsto \left(y, \frac{\alpha x}{1 + \beta y^2} \right), \quad \beta > 0.$$

Fecha de entrega: Jueves 7 de abril en clases.