

UTFSM - Primer semestre 2016
MAT-341 - Sistemas Dinámicos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 1

1. Verifique que

$$\Phi^t(x) = \frac{x \exp(t)}{x \exp(t) - x + 1}$$

defina un operador de evolución a tiempo continuo (flujo) en $[0, 1]$ y encuentre su campo de vectores asociado. ¿Por qué no es un flujo en \mathbb{R} ?

2. Sea γ una órbita periódica del flujo Φ^t en el espacio de fase X y suponga que existen $T > 0$ y $x_0 \in \gamma$ tales que $\Phi^T(x_0) = x_0$. Demuestre que $\Phi^T(x) = x$, para todo $x \in \gamma$. Además, encuentre dos órbitas periódicas γ_1 y γ_2 y períodos positivos T_1 y T_2 para el flujo del sistema

$$\begin{cases} \dot{r} &= r(r-1)(r-2), \\ \dot{\theta} &= r^2, \end{cases}$$

donde (r, θ) son las coordenadas polares en \mathbb{R}^2 .

3. Considere el mapeo $x \mapsto f(x) = x^2 - 2$.

- (a) Encuentre todos los puntos fijos de f .
- (b) Demuestre que $f^2(x) - x = (f(x) - x)Q(x)$, donde $Q(x)$ es un polinomio cuadrático.
- (c) Encuentre todos los puntos periódicos de período 2 de f , es decir, aquellos puntos x^* tales que $f^2(x^*) = x^*$.

Fecha de entrega: Jueves 24 de marzo en clases.