

UTFSM - Primer semestre 2014
MAT-416 - Sistemas Dinámicos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 7

1. Sea $X_\lambda = X(\cdot; \lambda)$ una familia uniparamétrica de campos de vectores suaves definidos en un subconjunto abierto $U \subset \mathbb{R}^2$ con $\lambda \in B_\epsilon(\lambda^*)$. Suponga que el campo X_{λ^*} posee un ciclo límite hiperbólico γ^* . Demuestre que el campo X_{λ^*} es localmente estructuralmente estable en una vecindad de γ^* .

Sugerencia: Demuestre que existen δ , $0 < \delta < \epsilon$, y una vecindad V de γ^* en U tales que para todo $\lambda \in B_\delta(\lambda^*)$, X_λ tiene una única órbita periódica en V . Además, dicha órbita periódica es hiperbólica y $X_\lambda|_V$ es C^0 -equivalente a $X_{\lambda^*}|_V$. (Use un mapeo de Poincaré).

2. Para cada uno de los siguientes problemas ocurre alguna bifurcación genérica para un valor $\lambda = \lambda^*$ adecuado. Determine qué tipo de bifurcación es la que ocurre en cada caso y encuentre λ^* y el equilibrio x_0 en el cual ocurre dicha bifurcación.

(a) $\dot{x} = \lambda e^x - x$.

(b) $\dot{x} = \lambda x - \ln(1 + x)$.

Además, dibuje bosquejos de cada diagrama de bifurcación de equilibrios x^* vs λ .

Fecha de entrega: viernes 20 de junio.