UTFSM - Primer semestre 2014
MAT–416 - Sistemas Dinámicos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 6

1. Encuentre el retrato de fase **en una vecindad del origen** del siguiente sistema:

$$X : \begin{cases} \dot{x} &= y + x^3, \\ \dot{y} &= -x^3, \end{cases}$$

donde $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
Sugerencia: Aplique algún método de blow-up. Justifique sus razonamientos.

2. Considere el punto de equilibrio $(x^*, y^*) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$ del sistema

$$X : \begin{cases} \dot{x} &= -\dfrac{1}{2}\,x + y, \\ \dot{y} &= -y + \dfrac{x^2}{1+x^2}, \end{cases}$$

con $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Demuestre que existe un cambio de coordenadas que transforma el campo X, **en una vecindad de** (x^*, y^*), en la siguiente **forma normal**:

$$X_{FN} : \begin{cases} \dot{u} &= a\,u^2 + T.O.S., \\ \dot{v} &= -v + u\,v + T.O.S., \end{cases}$$

donde $a = \{-1, 1\}$ es un coeficiente por determinar.
Sugerencia: Lleve el punto de equilibrio (x^*, y^*) al origen mediante una traslación. Escriba el campo trasladado resultante en una expansión en serie de Taylor alrededor del origen $(0, 0)$. (Note que sólo se necesitan los términos hasta orden 2). Luego aplique el método del Teorema de la Forma Normal.

Fecha de entrega: viernes 30 de mayo en clases.