

UTFSM - Primer semestre 2014
MAT-416 - Sistemas Dinámicos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 5

1. Demuestre que la frontera, clausura, interior y el complemento de un conjunto invariante de un sistema dinámico son también invariantes.
2. Una *región atrapadora* del espacio de fase X de un sistema dinámico es un conjunto compacto $U \subset X$ tal que el flujo ϕ^t satisface $\phi^t(U) \subset \text{int}(U)$, para todo $t > 0$, es decir, toda trayectoria que comienza en U se mueve por el flujo hacia el interior de U y permanece allí para siempre.

Encuentre valores apropiados (o condiciones suficientes) para los parámetros $\sigma, \beta, \rho \geq 0$ tales que el elipsoide **sólido** E dado por

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \rho x^2 + \sigma y^2 + \sigma(z - 2\rho)^2 \leq c < \infty\}$$

sea una *región atrapadora* de todas las órbitas de las ecuaciones de Lorenz:

$$\begin{cases} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= \rho x - y - xz, \\ \dot{z} &= -\beta z + xy. \end{cases}$$

Fecha de entrega: viernes 9 de mayo en clases.