

UTFSM - Primer semestre 2014
MAT-416 - Sistemas Dinámicos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 4

1. Determine la estabilidad de **todos los ciclos límite** del siguiente sistema en coordenadas polares $(r, \theta) \in \mathbb{R}^+ \times S^1$:

$$\begin{cases} \dot{r} &= r(r-1)^2(r-2), \\ \dot{\theta} &= -1. \end{cases}$$

Además, haga un bosquejo del retrato de fase en el plano cartesiano (x, y) .

2 *Sugerencias:* Construya la aplicación de retorno de Poincaré, o bien, analice el flujo linealizado del sistema en una vecindad de cada ciclo límite.

2. Considere un **sistema planar** con ecuación angular $\dot{\theta} = 1$ y sea P la aplicación de Poincaré definida sobre el semieje x positivo. Suponga además que:

$$P(x^*) = x^*; \quad \frac{dP}{dx}(x^*) = 1; \quad \frac{d^2P}{dx^2}(x^*) = 0; \quad \frac{d^3P}{dx^3}(x^*) = \epsilon \neq 0.$$

- (a) Dibuje un diagrama que ilustre la forma cualitativa de la iteración $x_{n+1} = P(x_n)$ a partir de una condición inicial x_0 suficientemente cerca de x^* , para los dos casos $\epsilon > 0$ y $\epsilon < 0$.
- (b) Haga un bosquejo de los retratos de fase correspondientes para el sistema planar en una vecindad anular suficientemente pequeña de $r = x^*$.

Fecha de entrega: viernes 2 de mayo en clases.