

UTFSM - Primer semestre 2021
MAT-449 - Sistemas Dinámicos y Caos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 1

Instrucciones:

- La tarea debe ser desarrollada y respondida en forma individual.
- Fecha límite de entrega: Lunes 27 de marzo a las 17hrs.
- Formatos admitidos para entrega de tareas: \LaTeX (preferente) o algún editor equivalente, tareas hechas a mano escaneadas o fotografiadas. En este último caso, cada estudiante es responsable del orden y legibilidad del documento.
- Ya sea escrita en \LaTeX o a mano, **debe hacer llegar un solo archivo con sus desarrollos.**
- El nombre del archivo con sus desarrollos debe tener el siguiente formato:
Tarea1_SDC_Nombre_Apellido.
- Modo de entrega: El archivo de su tarea debe subirse a la plataforma AULA.
Importante: No envíe su tarea por email, excepto... si no posee acceso a AULA, en cuyo caso sí puede enviar su tarea via email con copia al ayudante.
- Las tareas que no cumplan estas instrucciones no serán revisadas.
- Si encontrara cualquier inconveniente para cumplir con alguna de estas instrucciones, se debe dar aviso de antemano al profesor para coordinar una solución apropiada.
- **Redacte sus respuestas de la forma más clara y completa posible. Recuerde que la persona que corrija solo puede evaluar lo que está escrito explícitamente.**

Preguntas:

1. Considere el mapeo $x \mapsto f(x) = x^2 - 3$.

(a) Encuentre los puntos fijos de f .

(b) Demuestre que $f^2(x) - x = (f(x) - x)Q(x)$, donde $Q(x)$ es un polinomio cuadrático.

(c) Encuentre los puntos periódicos de período 2 de f .

2. Considere el sistema en \mathbb{R}^2 :

$$\begin{cases} \dot{x} &= x - x^5, \\ \dot{y} &= -y. \end{cases}$$

Encuentre el conjunto no-errante. Demuestre que el intervalo cerrado $[-1, 1]$ **en el eje x** es un conjunto atrayente, aunque la mayoría de los puntos son errantes. ¿Adónde van a converger la mayoría de las órbitas de $[-1, 1]$ para $t \rightarrow \infty$?

3. Considere dos mapeos escalares lineales en \mathbb{R} :

$$f : x \mapsto 4x, \quad \text{y} \quad g : y \mapsto 3y.$$

Verifique que la transformación $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por la fórmula

$$h(x) = \begin{cases} x^\nu, & x \geq 0, \\ -|x|^\nu, & x < 0, \end{cases}$$

define una conjugación topológica entre f y g para algún ν apropiado.

Justifique sus respuestas y razonamientos.