UTFSM - Segundo semestre 2020
MAT–437 - Modelos Biomatemáticos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 4

1. Ejemplos simples de oscilaciones de relajación ocurren en muchos contextos: hay ejemplos en propagación de impulsos nerviosos en neuronas (como vimos en clases), células excitables eléctricamente, sistemas mecánicos y eléctricos, aplicaciones bioquímicas, etc. Las amplitudes (o desplazamientos) de muchas de tales oscilaciones satisfacen una ecuación diferencial de segundo orden de la forma

$$\epsilon \ddot{y} - F'(y)\dot{y} + y = 0$$

o equivalentemente, después de integrar, el sistema de primer orden

$$\begin{cases} \dot{x} &=& y, \\ \epsilon \dot{y} &=& F(y) - x. \end{cases}$$

(Para el caso $F(y) = y - \frac{1}{3}y^3$ obtenemos el oscilador de Van der Pol visto en clases.) Considere el oscilador de relajación al usar la función lineal a trozos

$$F(y) = \begin{cases} -2 - y, & y < -1, \\ y, & -1 \leq y \leq 1, \\ 2 - y, & y > 1. \end{cases}$$

   (a) Determine analíticamente el flujo rápido y el flujo lento del sistema en el límite singular $\epsilon \to 0$. Haga un bosquejo a mano del retrato de fase en el plano (x, y) para $\epsilon \to 0$, identificando la variedad crítica y sus ramas estables e inestables.

   (b) Con ayuda de un computador, obtenga los retratos de fase en el plano (x, y) del sistema para i) $\epsilon = 0.0001$, ii) $\epsilon = 0.001$, iii) $\epsilon = 0.01$, iv) $\epsilon = 0.1$. Comente sus resultados.

   (c) En cada caso de (b), grafique y vs t para la la oscilación resultante. ¿Qué le sucede al período de la solución a medida que ϵ aumenta?

Para las preguntas (b) y (c) puede aplicar cualquier método numérico, algoritmo, software, lenguaje o combinación de estos, que le sea más cómodo. **Incluya en su respuesta esta información.**