

UTFSM - Segundo semestre 2020
MAT-437 - Modelos Biomatemáticos
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 3

1. El “arrastre” de fase es probablemente el comportamiento más transparente de los osciladores acoplados. Si dos osciladores tienen casi las mismas frecuencias y los acoplamos, tiene sentido intuitivamente esperar que, a medida que aumentamos el coeficiente de acoplamiento, eventualmente llegaremos a un punto en que oscilen a la misma frecuencia. En intensidades intermedias de acoplamiento, hallamos arrastre de fase en frecuencias distintas pero racionalmente relacionadas (i.e., conmensurables). Al variar este parámetro, el acoplamiento puede llevar a cuasiperiodicidad, mientras que acoplamientos más fuertes pueden resultar en caos.

Considere un modelo consistente en dos reacciones químicas (cada una a dos variables), las cuales poseen un comportamiento periódico en su estado desacoplado, y están acopladas difusivamente por un parámetro D :

$$\begin{cases} \dot{x}_i &= -(x_i^3 - \lambda_i x_i - \mu_i) - k_i y_i - D(x_i - x_j), \\ \dot{y}_i &= (x_i - y_i)/\tau_i - D(y_i - y_j), \end{cases}$$

$i, j = 1, 2$, y $i \neq j$. Los valores de parámetros son $\mu_1 = \mu_2 = 3$, $\lambda_1 = 0.02$, $\lambda_2 = 2$, $k_1 = 3.3$, $k_2 = 10$, $\tau_1 = \tau_2 = 1$. Note que el sistema dinámico resultante está definido en \mathbb{R}^4 .

- (a) Con ayuda de un computador, integre el sistema de dos osciladores acoplados en los siguientes valores del parámetro D : i) $D = 0$, ii) $D = 0.22$, iii) $D = 0.1$, iv) $D = 0.4$. En cada caso, descarte el transiente inicial y grafique una trayectoria que represente el comportamiento asintótico —i.e., en el largo plazo— del sistema proyectándola sobre el plano (x_1, y_1) . (Considere un tiempo de integración suficientemente largo).
- (b) Para las mismas soluciones obtenidas en (a), obtenga el espectro de potencia respectivo mediante la transformada de Fourier. Comente sus resultados.

Para estas preguntas, puede aplicar cualquier método computacional, algoritmo, software, lenguaje o combinación de estos, que le sea más cómodo. **Incluya en su respuesta esta información.**

Comentario. Con cambios de coordenadas y de parámetros apropiados, las ecuaciones para cada reacción química son equivalentes al modelo de Fitzhugh-Nagumo para oscilaciones en sistemas neuronales....