

Modelamiento Historia Natural de la Sífilis en Población Privada de Libertad.

Daniel Ramírez
daniel.ramirez@alumnos.usm.cl

Profesor: Pablo Aguirre
Profesionales UDD: Carla Castillo, Manuel Nájera



Contexto del problema

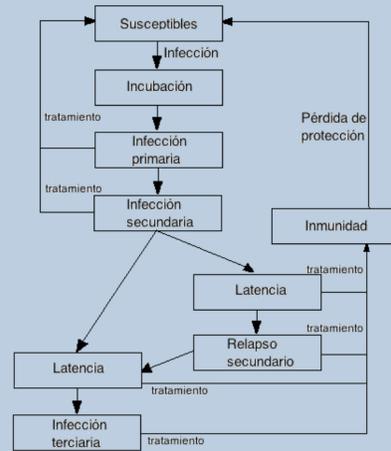
La Sífilis es una infección bacteriana sistémica causada por el *Treponema pallidum*. La causa más probable de contagio de esta enfermedad es por vía sexual, y en el caso de no ser tratada a tiempo puede incluso causar la muerte del paciente.

De acuerdo a la literatura, la prevalencia de sífilis, es mayor en los centros penitenciarios, por lo tanto la probabilidad de que tener sífilis es superior en las personas encarceladas.

Objetivo: Se genera entonces la necesidad de estudiar esta enfermedad, intentando modelar su historia natural, y ajustarla a la realidad penitenciaria, para luego, mediante nuevas estrategias de detección [2], demostrar que se puede disminuir su prevalencia en el interior de la cárcel.

Modelo Biológico

El desarrollo del modelo matemático se basará en el siguiente diagrama [1]:



Modelo Matemático

Tomando en consideración el modelo biológico, juntos con las variables y parámetros mostrados, se tiene el siguiente modelo [1]:

$$\frac{dX}{dt} = \mu N + \tau_1 * 365 * Y_1 + \tau_2 * 365 * Y_2 + \delta I - X(c_1\beta_1 Y_1/N + c_2\beta_2(Y_2 + Y_3)/N) - \mu X;$$

$$\frac{dE}{dt} = X(c_1\beta_1 Y_1/N + c_2\beta_2(Y_2 + Y_3)/N) - (\sigma_1 * 365 + \mu)E;$$

$$\frac{dY_1}{dt} = \sigma_1 * 365 * E - (\mu + \sigma_2 * 365 + \tau_1 * 365)Y_1;$$

$$\frac{dY_2}{dt} = \sigma_2 * 365 * Y_1 - (\mu + \sigma_3 * 365 + \tau_2 * 365)Y_2;$$

$$\frac{dR}{dt} = \varphi * \sigma_3 * 365 * Y_2 - (\rho + \mu + \tau_3 * 365)R;$$

$$\frac{dY_3}{dt} = \rho R - (\mu + \gamma * 365 + \tau_4 * 365)Y_3;$$

$$\frac{dL}{dt} = (1 - \varphi)\sigma_3 * 365 * Y_2 + \gamma * 365 * Y_3 - (\mu + \sigma_4 + \tau_5)L;$$

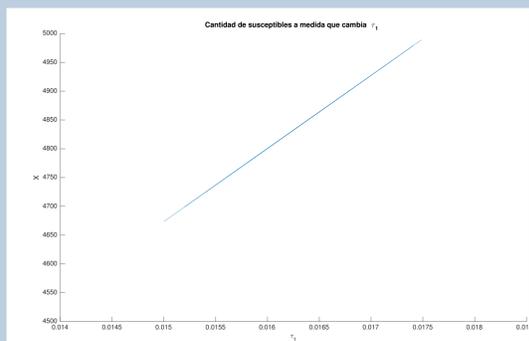
$$\frac{dT}{dt} = \sigma_4 L - (\mu + \tau_6 * 365)T;$$

$$\frac{dI}{dt} = \tau_3 * 365 * R + \tau_4 * 365 * Y_3 + \tau_5 L + \tau_6 * 365 * T - (\delta + \mu)I;$$

cabe señalar que la población total usada en este modelamiento es de 5000 personas, la cual se mantiene constante en cantidad.

Conclusiones y extensiones

★ Se encuentra una gran dependencia del modelo a variaciones pequeñas de los parámetros τ_1 y τ_2 :



Por lo que resulta de vital importancia en el proyecto, lograr un adecuado ajuste de estos parámetros, que tienen implícitamente, la cobertura y la efectividad del tratamiento hoy en día en los centros penitenciarios.

★ Usando nuevos métodos de detección de Sífilis que influyan directamente en el aumento de las tasas de tratamiento en la cárcel, se logrará obtener una menor prevalencia de esta enfermedad, y por ende una mayor efectividad en la detección de Sífilis.

Extensión:

★ Probar los nuevos métodos en este modelo, como un screening de entrada, screening periódico masivo o ante una consulta espontánea usar Test Rápido (TR).

★ Determinar el costo efectividad de cada método y construir un modelo de decisión.

Background

Las variables y parámetros usados en la elaboración del modelo con sus respectivos valores y unidades [1], ya ajustados a la realidad penitenciaria, se presentan en la siguiente tabla:

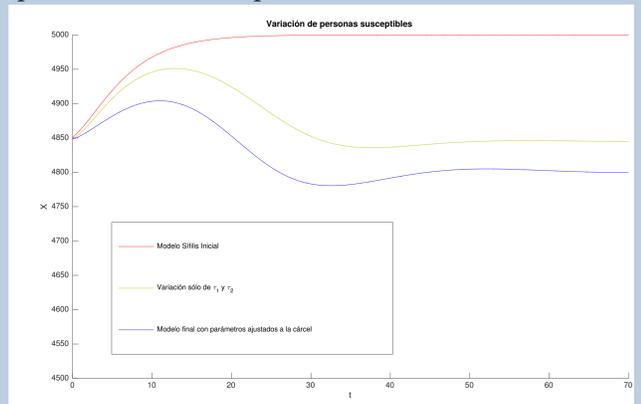
Variable	Símbolo	Unidades	Valor
Susceptibles	X	Número	
Incubación	E	Número	
Infección primaria	Y_1	Número	
Infección secundaria	Y_2	Número	
Latentes (remisión)	R	Número	
Relapso secundario	Y_3	Número	
Latentes	L	Número	
Terciaria	T	Número	
Inmune	I	Número	
Parámetros biológicos			
Tasa de entrada y salida	μ	Per capita por año	0.05
Tasa de cambio de pareja sexual			
Con infección primaria	c_1	pareja sexual por año	5-40
Con infección secundaria	c_2	pareja sexual por año	5-40
Probabilidad de transmisión			
Desde infección primaria	β_1	pareja sexual	0.627
Desde infección secundaria	β_2	pareja sexual	0.618
Periodo medio de incubación	$1/\sigma_1$	días	28
Estancia media en estado primario	$1/\sigma_2$	días	46
Duración media de infección secundaria	$1/\sigma_3$	días	108
Duración media de remisión	$1/\rho$	años	0.5
Duración media de relapso	$1/\gamma$	días	108
Duración media de latencia	$1/\sigma_4$	años	30
Proporción de entrada a remisión	φ	proporción	0.25

Tasas de tratamiento en etapa de infección			
Primaria	τ_1	casos por día	0.016
Secundaria	τ_2	casos por día	0.032
Remisión	τ_3	casos por día	0.0032
Relapso	τ_4	casos por día	0.032
Latente	τ_5	casos por año	0.064
Terciaria	τ_6	casos por día	0.0032
Duración media de inmunidad	$1/\delta$	años	5

Se ve que algunas unidades de parámetros están en días y otras en años, lo cual se ajusta en el modelo matemático para obtener un transcurso de tiempo anual.

Resultados

Gráfica de cantidad de susceptibles a medida que avanza el tiempo:



y según la siguiente tabla, donde i_0 es el punto inicial, e i_f es el punto final:

Variable	i_0	i_f
Susceptibles (X)	4849	4800
Incubación (E)	0	12
Infección primaria (Y_1)	1	12
Infección secundaria (Y_2)	2	6
Latencia (remisión) (R)	2	2
Relapso secundario (Y_3)	2	0
Latencia (L)	143	107
Terciario (T)	1	3
Inmune (I)	0	58

Se ve que la prevalencia de la infección en el centro penitenciario es de un 2.84 %.

Referencias

- [1] The Natural History of Syphilis, Implications for the Transmission Dynamics and Control of Infection.
- [2] Modeling the Impact of Tuberculosis Control Strategies in Highly Endemic Overcrowded Prisons