# Aplicación del Filtro de Kalman en rastreo de pies

Omar Herrera(omar.herrera.12@sansano.usm.cl)
Profesor Guía: Marcos Zúniga, jefe de carrera ingeniería civil telemática(marcos.zuniga@usm.cl)
Laboratorio de modelación Mat-282, Profesor: Pablo Aguirre

## resumen y objetivos

Cuando vemos un partido de football, nos gustaría seguirles el paso a los jugadores en cada momento, más espefícamente nos gustaría seguir sus pies y saber dónde hacen cada paso, de esta manera podríamos obtener mucha información útil. Para esto se utiliza un algoritmo de predicción lineal que predice el movimiento del pie.

## Preliminares

**Cinematica**
Para analizar el movimiento unidireccional desacelerado de una partícula, tenemos la siguiente ecuación para modelar su movimiento:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

donde

- $x(t)$: Posición de la partícula, depende del tiempo.
- $x_0$: posición inicial.
- $v$: velocidad de la partícula, puede o no depender del tiempo, en este caso no, es constante

**Covarianza** Dados dos conjuntos de números $\{x_i\}$, $\{y_i\}$, su relación lineal está dada por:

$$Cov(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

- Si $r > 0$, están directa y linealmente relacionados
- Si $r = 0$, no están relcionados
- Si $r < 0$, están inversa y linealmente relacionados

Notemos que la covarianza nos puede dar un número muy grande, y no tenemos un valor que nos diga si las variables están perfectamente relacionadas, por lo que la normalizamos utilizando lo siguiente:
**desigualdad de Cauchy-Schwarz**

$$\left|\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right| \leq \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right)}$$

Si $a_i = (x_i - \bar{x})$ y $b_i = (y_i - \bar{y})$, tenemos:

$$\left|\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}\right| \leq 1$$

Esta nueva cantidad la llamaremos correlación lineal(se denotará como r) y está bien definida, de esto tenemos que si $r = 1$ $x$ e $y$ están directa y perfectamente relacionados, en cambio si $r = -1$ $x$ e $y$ están inversa y perfectamente relacionados.
Notemos que para normalizar la covarianza utilizamos los siguientes términos conocidos:

- $\text{var}(x) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$
- $\text{var}(y) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$

## Filtro de Kalman

El filtro de Kalman, también es conocido como estimación lineal cuadrática(LQE), es un algoritmo que usa series de medidas observadas en el tiempo, contiene ruido estadístico y otras imprecisiones, y produce estimaciones de variables desconocidas que tienden a ser mas precisas que aquellas basadas en una simple medición.

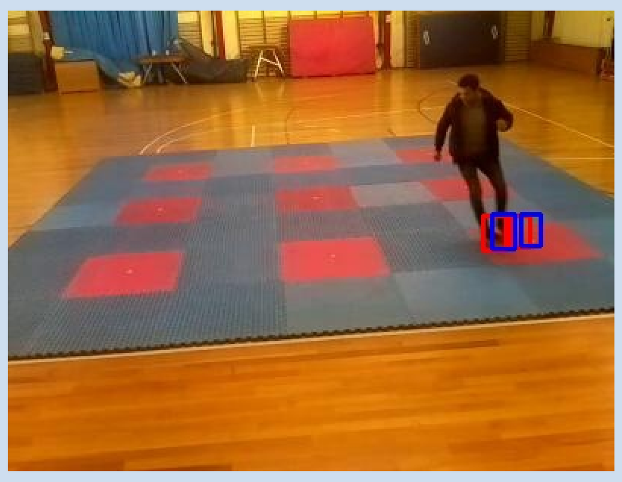
## Elaboración matemática

Para inicializar el algoritmo se utilizaron las siguientes matrices:

$$x_k = \begin{pmatrix} pos.i.j \\ vel.i.j \end{pmatrix} \qquad P_k = \begin{pmatrix} var(pos.i.j) & cov(pos.i.j, vel.i.j) \\ cov(vel.i.j, pos.i.j) & var(vel.i.j) \end{pmatrix} \qquad F_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

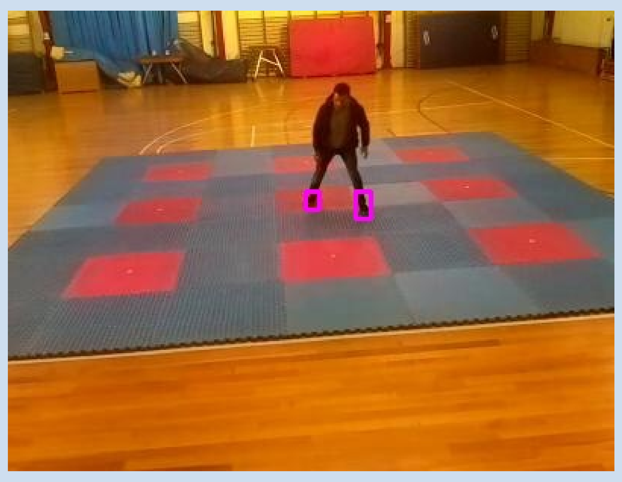
donde $i = x, y$ y $j = 1, 2$.
Los errores de medición se asumieron muy pequeños ya que el experimento se hizo en un ambiente preparado.

## Resultados



En esta imagen el sujeto de prueba está inicializando un paso, y en este momento el filtro de Kalman logra predecir su movimiento

En esta imagen el sujeto de prueba está terminando un paso(su pie va a llegar el suelo y se puede ver como el filtro predice su movimiento en el pie derecho.



Aquí el sujeto de prueba tiene ambos pies en el piso, cada vez que pisa el suelo se reinicializa el filtro de kalman en la posición de los pies por el cambio de aceleración brusco

## Conclusiones

El método filtro de Kalman se terminaba quedando atrás debido a los constantes cambios de velocidad, por lo que el algoritmo debía reinicializarse en cada paso, de otra manera el filtro quedaba muy atrás del pie, de todo esto se logra captar el momento en que el sujeto da un paso. Para evitar este problema se puede utilizar algoritmos de mayor complejidad, como por ejemplo el filtro de partículas

## Referencias

[1] http://docs.opencv.org/2.4.13/
[2] http://www.bzarg.com/p/how-a-kalman-filter-works-in-pictures/