UTFSM - Segundo semestre 2013
MAT-244 – Aplicaciones de la Matemática
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 3

1. Tyson (1991) propuso un modelo elegante del ciclo de división de la célula, basado en interacciones entre las proteinas *cdc*2 y ciclina. Él mostró que la esencia del modelo matemático está contenida en el siguiente conjunto de ecuaciones adimensionales:

$$\begin{cases} \dot{u} &= b(v-u)(\alpha+u^2)-u, \\ \dot{v} &= c-u, \end{cases}$$

donde u es proporcional a la concentración de la forma activa de un complejo *cdc*2-ciclina, y v es proporcional a la concentración total de ciclina. Los parámetros $b \gg 1$ y $\alpha \ll 1$ están fijos y satisfacen $8\alpha b < 1$, y c es ajustable.

   (a) Bosqueje las isoclinas.

   (b) Muestre que el sistema exhibe oscilaciones de relajación para $c_1 \ll c \ll c_2$, donde c_1 y c_2 son valores por determinar aproximadamente en el caso $8\alpha b \ll 1$.

   (c) Demuestre que el sistema es excitable si c es ligeramente menor que c_1.

2. Odell (1980) describe el siguiente modelo para frentes de onda química en una columna de separación (ver figura en página 485 del libro de Edelstein-Keshet):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} &= \dfrac{\partial}{\partial x}\left(D\dfrac{\partial u_1}{\partial x} - vu_1\right) - \big(k_1(B-u_2)u_1 - k_2u_2\big), \\ \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} &= k_1(B-u_2)u_1 - k_2u_2, \end{cases}$$

donde $u_1(x,t)$ es la concentración de proteina libre a distancia x de la columna, $u_2(x,t)$ es la concentración de proteina sujeta a gotas estacionarias en la ubicación x.

   (a) Si el problema se idealiza al caso de un dominio unidimensional semi-infinito, ¿Cuál es la condición de frontera para $x=0$?

   (b) Determine si el sistema posee soluciones estacionarias.

   (c) Determine si el sistema posee soluciones acotadas de tipo onda viajera.

Fecha de entrega: Lunes 20 de Diciembre.