UTFSM - Primer semestre 2015
MAT–225 - Análisis I
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

TAREA 5

1. ¿Verdadero o Falso? X es compacto si y sólo si toda bola cerrada en X es compacta.

2. Demuestre que el conjunto $A = \{x \in l_2 : |x_n| \leq \frac{1}{n}, n = 1, 2, \ldots\}$ es compacto en l_2. *Sugerencia:* Primero muestre que A es cerrado. Luego, use el hecho de que $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2 < \infty$ para probar que A está en una ϵ-vecindad del conjunto $A \cap \{x \in l_2 : x_n = 0, n \geq N\}$.

3. Si $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$ es uniformemente continua, demuestre que $\lim_{n \to 0^+} f(x)$ existe y luego que la función f es acotada.

4. Para cada una de las siguientes sucesiones determine el límite (si existe) sobre el intervalo dado y después determine el intervalo donde la sucesión converge uniformemente (si es diferente del intervalo dado)

   (a) $f_n(x) = x^n$ sobre $(-1, 1]$;
   (b) $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$ sobre $[0, \infty)$;
   (c) $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ sobre $[0, \infty)$;
   (d) $f_n(x) = xe^{-nx}$ sobre $[0, \infty)$;
   (e) $f_n(x) = nxe^{-nx}$ sobre $[0, \infty)$.

Fecha de entrega: Lunes 27 de abril en clases.