UTFSM - Primer semestre 2015
MAT–225 - Análisis I
Profesor: Pablo Aguirre

TAREA 2

1. Sea la función $f : S \to T$ y considere los subconjuntos $A, B \subset S$ y $C, D \subset T$. Demuestre las siguientes propiedades:
   (a) $A \subset f^{-1}(f(A))$;
   (b) $f(f^{-1}(C)) \subset C$;
   (c) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$;
   (d) $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$;
   (e) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$;
   (f) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$.
2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua. Demuestre que $\{x : f(x) > 0\}$ es un conjunto abierto en $\mathbb{R}$ y que $\{x : f(x) = 0\}$ es cerrado en $\mathbb{R}$.
3. Sea F el conjunto de todas las sucesiones $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots) \in l_\infty$ tales que $x_n = 0$ excepto en un número finito de coordenadas n. ¿Es F abierto? ¿cerrado? ¿ni lo uno ni lo otro? Justifique su respuesta.
4. Sea A' el conjunto de puntos límite de un conjunto A. Demuestre que
   (a) A' es cerrado; (b) $\overline{A} = A' \cup A$; (c) $A' \subset A$ si y sólo si A es cerrado.

Fecha de entrega: Miércoles 25 de marzo en clases.