**UTFSM - Primer semestre 2015**
**MAT–225 - Análisis I**
PROFESOR: PABLO AGUIRRE

# TAREA 1

1. Dado un espacio métrico $(X, d)$, demuestre las siguientes propiedades:
   (a) $|d(x,z) - d(y,u)| \leq d(x,y) + d(z,u), \quad \forall x,y,z,u \in X;$
   (b) $|d(x,z) - d(y,z)| \leq d(x,y), \quad \forall x,y,z \in X;$
2. Sea $(X, d)$ un espacio métrico. Defina la función
$$\delta(x,y) = \frac{d(x,y)}{1 + d(x,y)},$$
   para todo $x, y \in X$. Demuestre que $\delta$ es una métrica en $X$.
3. **(Métrica Producto)** Sean $(X, d_X)$ y $(Y, d_Y)$ espacios métricos. Demuestre que
$$\rho\big((x_1,y_1),(x_2,y_2)\big) = \max\{d_X(x_1,x_2), d_Y(y_1,y_2)\}$$
   define una métrica $\rho$ en el conjunto producto $X \times Y$.
4. Decimos que un subconjunto $A$ de un espacio métrico $(X, d)$ es *acotado* si existe algún $x_0 \in X$ y una constante $C < \infty$ tal que $d(a, x_0) \leq C$, para todo $a \in A$. Demuestre que la unión **finita** de conjuntos acotados es también un conjunto acotado.

**Fecha de entrega: Miércoles 18 de marzo en clases.**